VI Jornadas de investigación: Problematicas en Psicologia frente al nuevo milenio. Facultad de Psicologia. UBA, Buenos Aires, 1999.

Fundamentos de la logica no toda.

ORMART BRUNETTI, ELIZABETH BEATRIZ.

Resumen

El presente trabajo aborda las implicancias de las paradojas matemáticas en la producción del efecto sujeto. Lacan plantea en sus Escritos el sujeto en términos de una correlación antinómica en la que el sujeto es solidario a un todo. Este es un todo abierto, agujereado. Se trata de articular la lógica del no todo con el sujeto del psicoanálisis.

Introducción

Muchos de Uds. se preguntarán al leer este artículo ¿Qué interés puede tener para un psicoanalista debatirse en las tortuosas sendas trazadas por la sintaxis lógica de un Teorema que los mismos matemáticos califican de oscuro y sumamente complejo? ¿Puede el Teorema de Gödel ser un fecundo terreno para las indagaciones psicoanalíticas o más bien habrá que considerar como sostienen Sokal y Bricmont[1] (1998)que buscar una aproximación al sagrado recinto de la ciencia es un burdo intento de investir de rigor científico a un discurso que no lo tiene?

No quiero recurrir a la cita de autoridad sino más bien sostengo que es imposible entender la dialéctica que se juega entre imaginario, simbólico y real sin hundirnos en el terreno de la lógica formal. Terreno que aparece en lo imaginario como un compacto continente, pero cuya apariencia estalla en las grietas que abren las paradojas, funcionando como la puerta de entrada de lo real en lo simbólico.

No es ocioso que los psicoanalistas nos interroguemos por la sintaxis que genera a este sujeto del que nos ocupamos.

El sujeto es hecho por el lenguaje. Es un efecto. El significante fabrica al sujeto, le da existencia, pero “nada nos dice que sea un sujeto”[2].

Para hablar del sujeto tiene que intervenir A, no porque garantice la verdad, sino porque es en su campo en donde emerge el sujeto. “ Es en su campo en el que hace la junción con el polo del goce”[3] El A en tanto bateria de significantes constituye un orden. “Para la matemática la combinación de significantes constituye un orden (...) un significante representa a un sujeto para otro significante”[4] . La cienciay numerosos sistemas filosóficos se mantienen en la producción metonímica de significantes regulados por un orden. De hecho, un sistema no es más que un conjunto de elementos mínimos regulados, relacionados entre sí. Con el peso del sistema se intenta aplastar lo que no cierra. Todo sistema evita “ el hueso estructural del sujeto” sosteniéndose en un ciírculo que Lacan no duda en calificar de matemático. Pero afortunadamente el hueso del sujeto es duro de roer. Lacan nos invita a arribar a aquellos “lugares donde la lógica se desconcierta por la disyunción que estalla de lo imaginario a lo simbólico, no para complacernos en las paradojas sino para reducir por el contrario su falso brillo a la hiancia que designan”[5]

[1] Cfr. SOKAL, A. BRICMONT,J. Imposturas intelectuales. Paidós .Barcelona, 1999, págs. 35 -51
[2] LACAN,J. Pequeño discurso a los psiquiatras. Pág. 11
[3] LACAN,J. Psicoanálisis y Medicina. P. 95
[4] LACAN,J. Pequeño discurso a los psiquiatras. P. 9
[5] LACAN,J (1960) Subversión del sujeto y dialéctica del deseo. P. 800-801

Uno de los objetivos de este trabajo es hacer extensiva a Uds. esta invitación. Indagar en la historia de la lógica cuáles son las paradojas que han antecedido y allanado el camino para el Teorema de Gödel. Inferir desde allí la relación que guarda esta hiancia con el sujeto.

Las paradojas

La paradoja es definida como una especie opuesta a la opinión común y especialmente, la que parece opuesta siendo exacta. (Diccionario encarta). La misma definición de paradoja nos confronta con una oposición a los primeros principios fundantes de la lógica natural. La lógica con la que opera el yo conciente, la lógica del sentido común, se ve burlada de modo, que lo opuesto parece exacto.

Podemos clasificar las paradojas según la dimensión semiótica (Morris:1958 p. 12 - 32) que afecten. Las dimensiones de la semiosis son:

a) La dimensión sintáctica comprende la relación que los signos tienen consigo mismos y entre sí.
b) La dimensión semántica comprende la relación que los signos tienen con sus designados.
c) La dimensión pragmática o relación de los signos con los usuarios. Del estudio sobre esta dimensión se han ocupado, entre otros, los terapeutas sistémicos que operan en el plano de las intervenciones paradojales. Estas ideas aparecen desarrolladas en su libro Pracmatics of human communication: a study of international patterns, pathologies and paradoxes 1967, traducido al castellano como Teoría de la comunicación humana.

En la dimensión semántica se localiza clásicamente la cuestión de la verdad. Aunque en este siglo se han desarrollado teorías no semánticas de la verdad, si operamos con el concepto clásico de verdad que supone la correspondencia entre un signo y su significado, podemos ubicar aquí la paradoja del mentiroso de Epiménides.

En la dimensión sintáctica, encontramos que en las hipótesis acerca de los conjuntos infinitos han surgido contradicciones radicales, denominadas antinomias. Estas han aparecido en la teoría de los números transfinitos, desarrollada por Cantor en el siglo XIX. Como así también, en la teoría matemática de las clases que es tomada como fundamento para la aritmética elemental. Ésta ha sido objeto de estudio de Bertrand Russell, quien construyó una contradicción análoga a la desarrollada en la teoría Cantoriana de las clases infinitas. La antinomia de Russell puede ser enunciada de la siguiente forma: Existen dos tipos de clases las que no se contienen como miembros a sí mismas o clases normales y las que sí se contienen o no normales. Ejemplo del primer tipo es la clase de los psicólogos, ya que la clase misma no es un psicólogo, un ejemplo del segundo tipo es la clase de todas las cosas pensables, ya que la clase de todas las cosas pensables es a su vez pensable. Si llamamos N a la clase de todas las clases normales. ¿N es normal? Si N es normal entonces es miembro de sí misma (pues N contiene a todas las clases normales) pero si es miembro de si misma no es normal. En resumen, N es normal si y solo si N no es normal.

(Adaptación de la Paradoja de Russell basada en Nagel y Newman. El teorema de Gödel , Tecnos ,Madrid, 1979, 40). Dentro de las antinomias podemos ubicar la paradoja de Richard (1905) que por motivos de tiempo no desarrollaremos hoy.

Russell ya había señalado que tanto las paradojas semántica como las sintácticas surgen a raíz de la autorreferencia. En la paradoja de Epiménides se hace patente la cuestión de que el enunciado coincide con la enunciación y en la de Russell la paradoja emerge en el punto en que consideramos el caso N.

Particularmente desde el punto de vista lógico tiene fundamental importancia la contradicción a nivel sintáctico. Permítanme en este momento una pequeña disgreción que permita justificar esta afirmación.

Podemos recortar en la Historia de la lógica tres grandes períodos[6] . El primero marcado por la ordenación y sistematización que realiza Aristóteles en su Organon[7] de los aportes de los filósofos que lo precedieron: Heráclito, Parménides, Zenon, los sofistas, Sócrates y Platón. Este período va desde el s.IV aC. hasta mitad del siglo XIX. Durante más de 20 siglos Porfirio, Boecio, Pedro Hispano, Raimundo Lulio, Occam, Leibniz y otros aportan elementos que enriquecen pero no modifican en lo sustancial a la lógica Aristotélica.

El segundo período va desde fines del siglo XIX hasta 1920, período en que Gottlob Frege en Alemania y Giuseppe Peano en Italia desarrollan sus teorías. Frege funda el logicismo en su intento de encontrar una fundamentación lógica de la aritmética. En este período se establece la lógica de las proposiciones y de la cuantificación. Cada capítulo de la lógica se presenta como un sistema axiomatizado. La nueva lógica recibió el nombre de lógica formal por operar sin contenidos, esto es en un plano puramente sintáctico. Este período tiene su punto culminante en la publicación de los tres volúmenes de los Principia Mathematica de Russell y Whitehead. Yo ubicaría como lo señalan Nagel y Newman como fundador de este segundo momento a George Boole quien en 1847 publicó The mathematical analysis of logic quien desarrolla una notación precisa y formal para operar deductivamente.

El tercer período está marcado por el Tractus logico-philosophicus de Wittgenstein publicado en 1918, que da origen a dos movimientos a)el perfeccionamiento de los métodos formales y b) el surgimiento de las lógicas no clásicas, o polivalentes en las que se recogen aportes de Luckasiewicz y Post. Aquí ubicamos, la lógica intuicionista de Brouwer, sistematizada por Heyting y la lógica modal con los trabajos de Lewis.

a) Se pasa de los sistemas lógicos a sistemas totalmente formalizados. Con Hilbert creador del formalismo, se intensifica el análisis de las propiedades formales exigibles a los sistemas deductivos. Se intensifica la distinción entre lógica y metalógica. Como el instrumento eficaz contra las paradojas de la autorreferencia. Para evitar que el lenguaje se refiera a sí mismo dando lugar a las paradojas, se distingue lenguaje objeto de metalenguaje.

---

[6]División sugerida por Robert Blanché . Introducción a la lógica contemporánea. Bs. As. Lohlé, 1963

[7] Organon es equivalente a instrumento. Nombre dado al conjunto de los seis tratados de Aristóteles dedicados a lógica: Categorías, Hermenéutica, Primeros y Segundos analíticos, Tópicos y Refutaciones sofísticas.

Esta es el arma esgrimida por los Principia de Russell y Whitehead, profundizado en este tercer momento y que al mismo tiempo encuentra su límite con el teorema de Gödel. Cuando la teoría de los tipos parecía haber resuelto el problema de las paradojas semánticas y sintácticas, Gödel demuestra que el problema de las paradojas no tiene solución. Como dice Hofstadter(1987:27) Godel implanta la paradoja de Epiménides en el corazón mismo de los Principia, obra que se tenía por el bastión invulnerable a los ataques de las paradojas. Gödel señala la fundamental limitación del método axiomático, demuestra que los Principia son esencialmente incompletos. O sea, que en un conjunto consistente de axiomas aritméticos existen proposiciones verdaderas que no pueden ser derivadas del conjunto.(Un ejemplo de esto es el teorema de Golbach : un número par es igual a la suma de dos números primos). Y aún ampliando los axiomas de la aritmética con un número indefinido de axiomas verdaderos, siempre quedarán verdades aritméticas no derivables del conjunto ampliado. Gödel demostró también que es imposible presentar una prueba metamatemática de la consistencia de un sistema que contenga toda la aritmética. Gödel primero procede construyendo la formula aritmética G en forma análoga a la paradoja de Richard , esto es una prueba metamatemática pero muestra también que G es demostrable si y solo si es demostrable su negación formal. ($g \equiv -g$). Si una formula y su negación son ambas formalmente demostrables, el cálculo aritmético no es consistente. Si en cambio, G y -G son derivables, la aritmética es consitente, pero G pasa a ser una formula indecidible. Gödel demosttró que aunque G no sea demostrable es una fórmula aritmética verdadera. Y puesto que, G es al mismo tiempo verdadera e indecidible, los axiomas de la aritmética son incompletos.

En síntesis, en palabras de Tarsky, el lógico austríaco Kurt Gödel ha demostrado que “nunca se logrará construir una disciplina deductiva completa y exenta de contradicción que contenga entre sus enunciados todas las proposiciones ciertas de la Aritmética y de la Geometría”[8] . Con sus modestas 11 hojas Gödel ha desbaratado el monumental edificio de los Principia Mathematica edificado por Russell y Whitehead sobre la teoría de los tipos. El argumento del lógico austríaco demuestra que el punto de vista del formalismo estricto (Hilbert) es insostenible. Un sistema no puede ser completo y consistente a la vez.

Creo que en este punto podríamos agregar a la divisoria propuesta por Blanché un cuarto período, que se abre después del Teorema de Gödel. ¿Es el teorema de Gödel el fin de un camino?

¿Hay que aceptar esta imposibilidad que se presenta en el interior mismo del sistema axiomático? A partir de este límite colocado por Gödel , queda demarcado un campo de lo formalizable, lo algoritmizable que tiene su aplicación inmediata en la revolución informática. En el interior de la frontera de lo algoritmizable hay un mundo en expansión vertiginosa. Así como la teoría del conocimiento Kantiana marco un punto de imposibilidad en el noúmeno y fundamentó la posibilidad de la física de Newton, análogamente, el teorema de Gödel señala con un índice ostensivo un resto imposible de tramitar y con tres

[8] TARSKY, A. Introducción a la lógica y la metodología de las ciencias deductivas. Espasa Calpe. Bs.As., 1951. Pág, 149

dedos un campo fértil de productos técnicos con prospectivas inciertas ficcionadas por la estéica del cine en Matrix, entre otras.

Alan Turing es quien inicialmente marca el camino con su "máquina de pensar". Él tiene como propósito evitar tanto como se pueda los efectos del teorema de Gödel. Turing, está convencido de que "si hay contradicciones (en la matemática) algo saldrá mal en algún lado"[9]. Esto lo impulsa a crear una máquina de calcular capaz de partir de elementos mínimos: 0 y 1, que combinados por cierto número de leyes emularán un sistema axiomático. Pero Turing al igual que Gödel se topa con lo imposible de axiomatizar. En 1948 en el informe Intelligent machinery señala que esto que se resiste a entrar en la disciplina algorítmica es un residuo, dice: " Nuestra tarea es descubrir la naturaleza de este residuo e intentar copiarlo dentro de una máquina"[10]. Pero concluye demostrando mediante su "máquina de pensar" que no existe un procedimiento algorítmico que responda a la cuestión de si una máquina creada para realizar algoritmos se detendrá o no en forma automática. Parece que la naturaleza de este resto no puede ser homologada a la naturaleza algorítmica del ordenador.

En la clase del 20 de marzo de 1968 dice Lacan: "Después (del cogito) la ciencia no se ocupará nunca más del sujeto, si no es en el límite obligado donde lo encuentra(...) hará todo por sistematizar el aparato matemático y simultáneamente el aparato lógico sin tener que ver con ese efecto de sujeto, pero no será cómodo: en verdad sólo será en sus fronteras lógicas que el efecto de sujeto continuará haciéndose sentir, presentificándose y produciendo a la ciencia dificultades"[11]

Este punto de imposibilidad del que dan cuenta la irreductibilidad de las paradojas en el seno mismo de los procesos algorítmicos nos obliga a aceptar la otra naturaleza de este resto intramitable por el aparato algorítmico.

En torno a este punto que escapa e insiste, necesidad lógica en la estructura, se juega lo definitorio del sujeto. Esto es su imposibilidad de ser definido.

Lacan plantea en sus Escritos el sujeto en términos de una correlación antinómica en la que el sujeto es solidario a un todo. Sujeto indisociable y al mismo tiempo excluído del todo que lo captura. Sujeto sujetado que pende de las grietas, que hace del todo, no todo. A es la sigla que usa Lacan para nombrar el lugar de todos los significantes y A barrada para ubicar que ese lugar total no existe. El sujeto emerge en el punto de imposibilidad del todo.

El efecto sujeto

El $ para Lacan es equivalente a "**a**" sobre S. Con este resto **a** tenemos que vérnosla primero en la angustia y luego del acceso al Otro (tesoro de los significantes), en el deseo. De este modo aborda la cuestión del sujeto Lacan el 13 de marzo del 63 en el Seminario X.

---

[9] DIAMOND (ed) .Wittgenstein´s lectures on the Foundations of Mathematics. (Harvester Press, 1976) Diálogo extraído de las conferencias 21 y 22

[10] TURING, Intelligent machinnery, informe que aparece en Machine Intelligence, 5 (1969) págs. 3-23.

[11] LACAN,J. El acto psicoanalítico. Clase del 20 de marzo de 1968

Otro modo de abordar la cuestión del sujeto, es decir que está dividido entre los significantes. Esta es la división constitutiva del sujeto. En tanto que dividido el sujeto es diferente de si mismo. Esta definición del sujeto desde la estructura significante lo ubica como lo opuesto al individuo identitario. El sujeto es lo opuesto a la ley de identidad. Uno de los primeros principios lógicos, descripto por Aristóteles como a toda mente humana claro, la ley de identidad puede ser formulada de dos modos:

Formulación metafísica: "todo objeto es idéntico a si mismo"

Formulación lógica: "p es equivalente a p" y también, "Si p entonces p".

Conclusión

La presencia de este objeto que es en si mismo la eyección de una operatoria, de un cálculo. Nos obliga a repensar lo que planteamos en la introducción.

El sujeto obedece la estructura de la excepción: lo excluido (**a**) es solidario de lo que lo excluye (A). Lo excluido es lo innombrable que opera la función de la excepción respecto de toda predicación. Todo puede ser nominado si y solo si existe al menos uno que no puede serlo.

Este es el punto con el que topan los matemáticos. Lo excluido del cálculo, el resto imposible de introducir en el sistema, ya que en él se sostiene toda posibilidad.

La angustia en este punto es correlativa a la falta fundante de toda lógica. La angustia es la traducción subjetiva del objeto **a**. Hasta el punto en que el sujeto accede en el fin de análisis a la experiencia de la destitución subjetiva como punto de identificación con ese resto.

La angustia es "ante algo", que no tiene el carácter de los objetos imaginarios que intentan recubrirlo. La angustia es "sin objeto" sustancializado por la predicación impresa en la materialidad significante. La angustia señala este real como irreductible del goce del cuerpo.

LACAN, Jaques.(1963) Seminario 10. Paidós. Clases 6/3/63, 13/3/63, 15/5/ 63 ,22/5/63